

前回 (まで) のおさらい

今回で力学の授業も折り返しということになります。ここまでは物体の運動の記述の仕方、運動方程式、慣性系、という順番で学んできました。運動物体の位置ベクトルの時間変化を関数として記録し、その微分により速度が、さらに速度の微分によって加速度が導かれるのでした。2次元の場合については座標系を導入し、これらのベクトルを基準ベクトルによって成分に分けて扱う方法についても学びました

ニュートンの運動の法則は、この加速度が力に比例する、というものでした。よって微分の逆演算として積分を用いれば、加速度から速度が、速度から位置が導かれました。ただし力が場所や速度に依存する場合には、運動方程式は簡単には解けないのでした。

直近では慣性系と慣性力について学びました。座標系の中に相対運動があるとき、それが等速度運動ならば運動方程式は不変です。よって慣性系に対して等速度運動している座標系は慣性系、というように、鶏卵ですが慣性系が定義できました。一方、慣性系に対して加速度運動をしている座標系は非慣性系と呼ばれ、力の次元を持つ余分な項 (慣性力) が運動方程式に入ってしまうのでした。重要な (面倒な?) 例として、回転する座標系では遠心力とコリオリの力が慣性力として現れることを導きました。

今日の内容: 仕事とエネルギー

今回から数回かけて、力学の保存量について学んでいきます。力学の基本はあくまでニュートンの運動方程式で、この微分方程式を解けば運動が定まるわけですが、これは解くのが面倒で、また常に解けるとは限りません。そこで問題を簡単にするため、運動方程式を加工して、ある条件下では一定になるような物理量を導きだそう、というのが保存量のアイデアです。「条件が成立する場合」なら、この考え方をを用いれば、単純な代数方程式で答を求めることが可能になります。

この講義では、力学的エネルギー・運動量・角運動量という 3 つの保存量について順に解説していきます。それぞれの保存量を変化させるものとして、仕事・力積・トルクといった量が導入されていきます。またエネルギーではベクトルの内積、角運動量ではベクトルの外積といった演算を利用することになります。

今回は「仕事とエネルギー」です。高校で物理を履修したひとは、運動エネルギーについて学習しているはずですが、それが運動方程式からどのように導かれるかを解説します。このとき線積分という、物理学の多くの分野で重要となる数学的手法が導入されます。

今日の課題

1. (スキージャンプ競技を想定せよ) 質量 $m=60$ [kg] の質点が、傾斜 35 度の斜面に沿って 90 [m] 滑り降りた。質点は鉛直下向きに一定の大きさの重力 mg を受け続けるとして、内積 $\Delta\vec{r} \cdot (m\vec{g})$ の大きさを計算せよ。ただし重力加速度の大きさ $|\vec{g}| = 9.8$ [m/s²] とする。このとき、斜面の下端での質点の速度は何 [m/s] となるか。
2. 等速円運動では、質点には常に回転中心に向いた力が作用しているが、物体の速さ (速度の絶対値) は変化しない (すなわち運動エネルギーも変化しない)。なぜか説明せよ。