

前回 (まで) のおさらい

エネルギーに加えて、運動量・角運動量について学んできました。後者 2 つは、今日からの質点系での運動で重要な役割を担います。具体的には、作用反作用の法則によって、質点間の内力によっては全運動量・全角運動量が変化しない、ということでした。

外積ベクトルの向きがどちらを向くかについては、将来ちゃんと思い出せるよう、右手則・右ねじ則・右手の手の平で煽るやり方、などのうちから覚えやすいものをしっかり覚えておいてください。

トルク方程式の応用例として、重力下の振子の方程式を導きました。振れ角が小さい近似が可能な場合は、これが単振動と同じ三角関数の解を持つことを示しました。

今日の内容: 質点系の運動

剛体に向けての勉強に入ります。質点系では重心の並進運動と、重心回りの回転運動とに分けて運動の式を立てるのが一般的で、よって回転を取り扱う角運動量が活躍することになります。ちょっとずつでも慣れていただければ、と思います。

まずは内力によっては運動量・角運動量が変化しないことを復習します。質点系の全運動量の時間変化は外力の和と等しく、また全角運動量の時間変化は外力による力のモーメント (トルク) の和に等しいのでしたね。

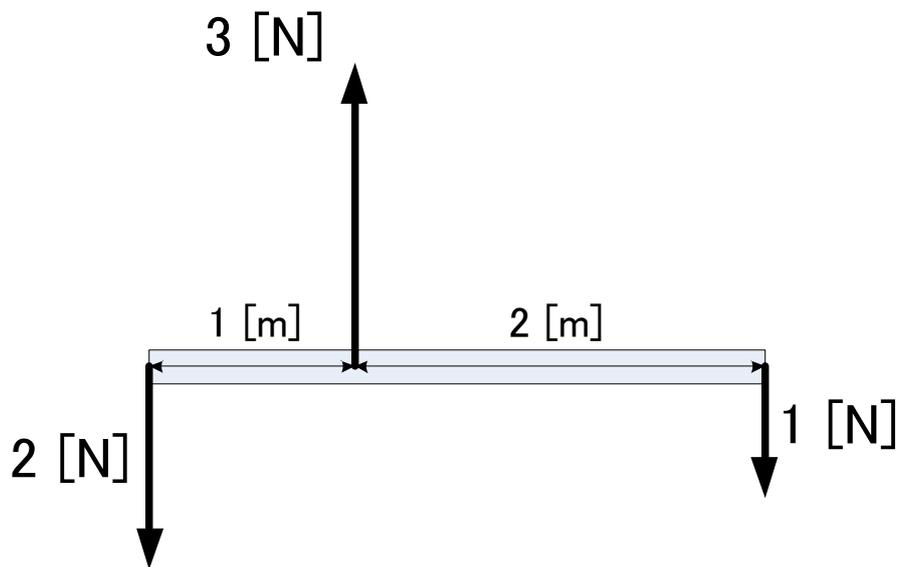
次に質点系における「外力」の合成 (和) について示します。ひとつの質点を扱っていた範囲では、質点に作用する複数の力は必ずその点で交わりますので、通常のベクトルの合成を行えば良いのでした。質点系・剛体の場合には、トルクを一定に保つために、「作用線」という概念が登場します。作用線を考えた力の合成を示したのち、合成できない 2 つの力「偶力」が、原点の位置によらないトルクを与えることを示します。任意の複数の力は、(設定した) 原点を通る力と偶力とにまとめることができ、これがそれぞれ、質点系の全運動量と全角運動量を変化させる要素となります。

最後に重心を用いた質点系の運動について述べていきます。重心も既出の概念ですが、ここでは重心を原点とする相対座標を用いると、運動量、角運動量、運動エネルギーがどのように表現されるかを (ちょっと式の展開が面倒ですが) 見ていきます。結果を言いますと、運動量の総和は 0、角運動量の総和は「重心を原点としたトルク」によって時間変化が与えられ、運動エネルギーは「粒子系の全運動エネルギー」から「重心の運動エネルギー」を引いた値となることが示されます。これらはいずれも剛体の運動を考える上での伏線となっていきます。

今日の課題

1. フィギュアスケート (ペア) の男子選手 (体重 60kg)・女子選手 (40kg) を、摩擦のない平面上を運動する 2 質点からなる質点系と考える。いずれも SI 単位系の値で答えよ。
 - a. 両者が 1.0 m 離れて手を繋いでいるとき、重心の位置はどこか示せ。
 - b. この状態で毎秒 1.0 回転しているとき、重心を原点とする全角運動量を求めよ。
 - c. 両者の距離が 1.5m に離れると毎秒何回転になるか。全角運動量は保存されるとせよ。

2. 棒に作用している以下の3力が、合力も合成トルクもいずれも0であることを作図で示せ。また適切な座標系を設定して（作図中に記入のこと）、計算でも示せ。



3. [難] 質点系が一様な重力下にあるとき、すなわち質量 m_i 、座標 \vec{r}_i の質点それぞれに $m_i\vec{g}$ なる外力が作用している場合について、この質点系の重心回りの全トルクが0であることを示せ。