

4 端子法によるシート抵抗の決定

中野武雄 (nakano@apm.seikei.ac.jp)

2003-12-16

4 端子法では等間隔に並んだ 4 本のピンを薄膜に押し当て、外側二本のピンに電流 I を流し、内側二本のピンの電位差 V を測って抵抗 $R_4 \equiv V/I$ を得る。このときシート抵抗 $R_s \equiv \rho/d$ (ρ は抵抗率、 d は膜厚) と R_4 との関係は

$$R_s = \frac{\pi}{\ln 2} R_4 \quad (1)$$

となることが知られている。これを簡単に説明する。

いま二次元面内での電位分布を考えよう。膜は十分薄いとして、垂直方向には電流場は一樣であると仮定する。いまこの二次元 xy 面の $(a, 0)$ に仮想的な電荷(線密度) $+Q$ を、 $(-a, 0)$ に電荷(線密度) $-Q$ を置く。これらは電流導入のピンの位置に対応する。

この面内に適当な点を取ったとき、 $+Q$ からの距離を r_1 、 $-Q$ からの距離を r_2 とすれば、それぞれの電荷による電位は $\phi_1 = -Q \ln r_1$ 、 $\phi_2 = Q \ln r_2$ となる(例えば [1] など)。電位には重ね合わせが効くから、この二つを加えれば実際の電位 ϕ が得られる。

四端子法では $(-a/3, 0)$ と $(a/3, 0)$ に電圧測定用のピンがある。この間の電位差 V を上記の関係から求めれば、 $V = 2Q \ln 2$ となる。

電流導入ピンの間を流れる電流 I は、 $x = 0$ の線を垂直に横切る電流の線密度を積分することによって求められる。するとこれは

$$\frac{I}{2} = \int_0^\infty \frac{E_x(0, y)}{R_s} dy = \frac{1}{R_s} \int_0^\infty \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} dy = \frac{2Q}{R_s} \int_0^\infty \frac{a}{a^2 + y^2} dy \quad (2)$$

になる。積分は良くある Gauss 積分で、結果は $\pi/2$ になる(例えば [2] を見よ)。

というわけで $R_4 = V/I = R_s \ln 2 / \pi$ となり、元の式(1)の関係が得られた。

参考文献

[1] 平川 『電磁気学』 培風館 新物理学シリーズ 2 (1968) 4-4 節

[2] 森口、宇田川、一松 『岩波 数学公式 I』 岩波書店 (新装版 1991) p. 222