

今日の内容：運動の 3 法則と運動方程式

ニュートン (Newton) による運動の 3 法則は、以下のようなものです：

- 第 1 法則「慣性の法則」：他からの影響を受けない物体が行う運動は、(慣性系から観測すると) 等速度運動である
- 第 2 法則「運動の法則」：物体に力が加わると、(慣性系から観測すると) 物体には力に比例する加速度が加わる
- 第 3 法則「作用・反作用の法則」：2 つの物体間の相互作用の作用と反作用は、大きさが等しく、2 つの物体を結ぶ直線上に生じ、逆向きである

「慣性系」とは何か、というのは奥が深い内容なのですが、これは時間があれば「相対運動、非慣性系」のところで再び触れたいと思います。第 1・第 3 法則も重要 (特に第 3 法則は後に出てくる質点系の力学で決定的に重要) ですが、当面考える質点の運動では第 2 法則が「運動の法則」→「運動方程式」として物体の運動を支配することになります。

物体の加速度は力を慣性質量で割ったものに等しい、という関係がニュートンの第 2 法則です。よって物体に加わっている力がわかれば加速度がわかるので、ここから物体の (時間の関数としての) 位置座標を求めよ、というのが「運動方程式を解く」ことにあたります。これまでは位置から加速度を計算してきたのですが、その道を逆に辿るわけですね。

今回はまず、速度が時間の関数としてわかっている場合について、位置を求める方法を示します。これは微分の逆演算である積分操作にあたります。同様に、加速度 (力) が時間の関数としてわかっている場合、速度が、そして位置を求めることが可能です。

実際の運動では、力は位置座標や速度の関数になることが多いので、運動方程式 (微分方程式) を解くのは簡単ではなく、解析的には解けないこともしばしばです。微分方程式の一般的な解き方については数学の講義で解説されていくかと思いますが、重要な例については次回以降いくつか紹介していきたいと考えています。

今日の課題

1. 地球の質量は 5.97×10^{24} [kg] である。いま 5 [t] ($=5 \times 10^3$ [kg]) の玉が、地表近辺において重力を受け、加速度 $g=9.8$ [m/s²] で落下したとする。このとき、玉が地球から受ける重力の反作用力として、玉は地球を引く。この力によって生じる地球の加速度は何 [m/s²] と計算できるか。
2. 推奨されていないが、SI 単位系のほかに cgs 単位系 (長さを [cm]、質量を [g]、時間は [s] で計測する) を利用する分野も存在する。cgs 単位系での力の単位は [dyn] = [g cm/s²] である。1 [dyn] の力は何 [N] であるか。
3. 1 次元の運動で、右図のように加速度 $a(t)$ が与えられたとき、 $v(t)$ および $x(t)$ のグラフの概形を描け。なお $0 < t < t_1$ の正の加速度の値と $t_1 < t < 2t_1$ の負の加速度の値とは絶対値が等しく、 $v(0) = 0$, $x(0) = 0$ とする。

